Лінійна алгебра та аналітична геометрія

**ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 4**

**Тема: МЕТОД ГАУССАРОЗВ’ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ ТА ЙОГО МОДИФІКАЦІЇ**

***Короткі теоретичні відомості.***

Поняття про систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Сумісні та несумісні, визначені та невизначені системи. Метод Гаусса розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Схема єдиного ділення. Схема з вибором головного елемента. Табличний варіант метода Гаусса.МетодГаусса-Жордана.Абсолютна та відносна точність розв’язання системи. Оцінка точності розв’язання системи за допомогою нев’язки (відхилу).

*Література:* [1, 26-29, 2, c. 55-70].

*Табличний варіант метода Гаусса.*

Використовується при виконанні обчислень вручну. Дозволяє контролювати правильність обчислень кожного наступного рядочка в процесі виключення невідомих. Використовується наступна таблиця (*n*=3), яка включає додаткові стовпчики з контрольними та рядковими сумами.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № крока | Коефіцієнти при невідомих | | | Вільний член | Контрольна сума | Рядкова сума |
| *a*i1 | *a*i2 | *a*i3 | *b*i |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

*Схема метода Гауссаз вибором головного елемента*

Застосовується для зменшення похибок округлення при застосуванні десяткових дробів. Полягає у виборі на кожному кроці найбільшого елемента в стовпчику (або в рядочку, або в усій матриці) та переставленні рядочків (або стовпчиків, або і рядочків і стовпчиків) так, щоб найбільший елемент знаходився на місці провідного елемента.

*Міра обумовленості матриці коефіцієнтів*

***Означення 1****.* Нормою матриці називається дійсне число, яке позначається  і задовольняє наступним умовам:

1) , причому ;

2) , де  - дійсне число;

3) ;

4) .

Звичайно використовують одну з трьох найбільш поширених норм:

***1-ша матрична норма*** -  - максимальна сума елементів рядків;

***2-га матрична норма*** -  - максимальна сума елементів стовпців;

***3-я матрична норма*** -  - корінь із суми квадратів всіх елементів.

***Означення 2***. Мірою обумовленості матриці називається величина

.

Якщо міра обумовленості близька до одиниці, то говорять, що матриця добре обумовлена. Якщо міра обумовленості на 2 і більше порядків більше одиниці, то говорять, що матриця погано обумовлена. При розв’язанні СЛАР з погано обумовленими матрицями похибки округлення можуть сильно зростати.

## Базові підручники

1. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Часть 1 / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис-Пресс, 2007. – 288 с.
2. Лунгу К. Н. Сборник задач по высшей математике. І курс / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – М. : Айрис-Пресс, 2007. – 576 с.

# Домашнє завдання № 4.

***Задачу 1 розв’язати вручну. Всі інші задачі в силу великої кількості обчислень можна розв’язувати тільки в системі Maple, але детально пояснювати хід розв’язання за допомогою коментарів. В кінці кожної задачи навести висновки, які витікають з того, які результати були отримані.***

**Задача 1.** Розв’язати вручну систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою табличного варіанту методу Гаусса. Обчислення проводити з точністю 4 знаки після десяткової коми, результат округлити до 3-х знаків після коми. Для кожного рівняння системи визначити нев’язку та оцінити точність отриманого розв’язку.



**Задача 2.** Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою методу Гаусса з вибором головного елемента в стовпчику. При обчисленнях зберігати7значущих цифр. Для кожного рівняння визначити нев’язку та оцінити точність отриманого розв’язку. Для перевірки знайти точний розв’язок системи.Визначити абсолютну й відносну похибки розв’язку системи методомГаусса з вибором головного елемента в стовпчику. Порівняти значення нев’язок та абсолютних похибок.



**Задача 3.** Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою методу Гаусса з вибором головного елемента в усій матриці. При обчисленнях зберігати 7 значущих цифр. Визначити абсолютну й відносну похибки розв’язку системи. Для перевірки знайти точний розв’язок системи. Для кожного рівняння визначити нев’язку та оцінити точність отриманого розв’язку. Порівняти значення нев’язок та абсолютних похибок.



**Задача 4.** Розв’язати систему рівнянь, що задана розширеною матрицею, за допомогою методу Гаусса-Жордана. При обчисленнях зберігати 7 значущих цифр. Для кожного рівняння знайти нев’язку та оцінити точність отриманого розв’язку. Для перевірки знайти точний розв’язок системи метолом Гаусса-Жордана.Визначити абсолютну й відносну похибки розв’язку системи. Порівняти значення нев’язки та абсолютної похибки.

Знайти першу, другу і третю норми матриці коефіцієнтів та число обумовленості матриці **А**.



**Задача 5.** Система лінійних алгебраїчних рівнянь задана розширеною матрицею коефі­цієнтів.



Знайти першу, другу і третю норми матриці коефіцієнтів та число обумовленості матриці **А**. Знайти розв’язок системи рівнянь методом Гауса-Жордана з вибором головного елемента в стовпчику. Обчислення проводити зі збереженням 10 значущих цифр. Для кожного рівняння визначити нев’язку з точністю 15 значущих цифр.